

Introduzione alla geometria di Cartan e sue applicazioni

Le geometrie di Cartan sono una generalizzazione della geometria secondo il programma di Erlangen di Klein. Come è noto, nell'ambito della geometria differenziale, le strutture geometriche che rientrano nello schema di Klein sono le varietà omogenee G/H . La generalizzazione proposta da Cartan nella prima metà del secolo scorso consiste euristicamente nel considerare strutture geometriche su varietà che sono deformazioni di modelli omogenei assegnati a priori. In questo approccio emerge un nuovo concetto di curvatura, più generale di quello classico di Gauss e Riemann, in base al quale lo spazio di Klein G/H su cui una geometria di Cartan è modellata è piatto per definizione. La curvatura misura quanto la struttura geometrica in considerazione devia dal suo modello. In questo corso ci poniamo l'obiettivo di introdurre i fondamenti delle geometrie di Cartan quali il concetto di assoluto parallelismo e la curvatura normale. Il corso si concentrerà poi sulla geometria conforme; in questo caso specifico faremo vedere come la connessione di Cartan induca naturalmente la costruzione di un calcolo differenziale, chiamato trattoriale, il cui utilizzo veste un ruolo cruciale per la costruzione di operatori differenziali "invarianti".