**Titolo del corso**: *Automorfismi di varieta' algebriche*

**Docente**: Claudio Onorati

**Membro del collegio proponente**: Giovanni Mongardi

**Ore frontali di lezione**: 20 ore

**Periodo di lezione**: Novembre/Dicembre/Gennaio

**Settore disciplinare del corso**: Mat/03

**Tipologia di corso**: Avanzato

**Modalità di verifica dell'apprendimento**: Seminariale (gli studenti interessati dovranno preparare una piccola lezione, sotto forma di seminario, su un argomento non approfondito a lezione ma di interesse; per esempio descrivere esplicitamente il gruppo di automorfismi di alcune varieta' specifiche, oppure presentare alcune costruzioni fatte nel corso in un contesto piu' ampio, etc...)

**Abstract del corso**: Data una varieta' algebrica proiettiva X su un campo di caratteristica zero, in questo corso ci focalizzeremo sul suo gruppo di automorfismi Aut(X). Il cuore del discorso sara' l'ossersazione fondamentale che Aut(X) ha una naturale struttura di *schema algebrico localmente di tipo finito*. In particolare la componente connessa Aut^0(X) contenente l'identita'  e' un *gruppo algebrico*.

Per studiare Aut(X) ci si divide di solito in due parti: la prima concerne lo studio del gruppo algebrico Aut^0(X); la seconda concerne lo studio del *gruppo delle componenti connesse* K(X):=Aut(X)/Aut^0(X).

Da un punto di vista qualitativo, la prima parte e' completamente risolta grazie a un risultato di Brion: per ogni gruppo algebrico connesso G esiste una varieta' algebrica liscia e proiettiva X tale che G=Aut^0(X). La seconda parte invece e' piu' misteriosa, per esempio K(X) puo' essere infinito (al piu' numerabile) e ci sono esempi di varieta' lisce e proiettive con un gruppo delle componenti connesse non finitamente generato.

Lo scopo del corso e' introdurre questi concetti e spiegare questi risultati. La prima parte sara' piu' tecnica: introdurremo gruppi-schemi e  gruppi algebrici; introdurremo lo schema di Hilbert; spiegheremo come dotare Aut(X) di una struttura di schema. Nella seconda parte vorrei spiegare la costruzione di Brion per rappresentare ogni gruppo algebrico come gruppo di automorfismi di una varieta' liscia e proiettiva. Nella terza parte vorrei fornire almeno un esempio di varieta' algebrica con K(X) finitamente generato e non finitamente generato, rispettivamente.

**Programma del corso**:

- **Introduzione:** Esempi di gruppi di automorfismi di varieta' algebriche "semplici". Illustrazione dei risultati e degli obiettivi del corso.
- **Parte I:** Funtori dei punti; famiglie piatte. Costruzione dello schema di Hilbert; deformazioni infinitesime al primo ordine dello schema di Hilbert. Rappresentazione di Aut(X) come schema localmente di tipo finito.  Definizione e alcuni risultati su gruppi-schemi e gruppi algebrici.

- **Parte II:** Dimostrazione che ogni gruppo algebrico connesso e' realizzato come gruppo algebrico di automorfismi di una varieta' proiettiva (per campi algebricamente chiusi di caratteristica 0).
- **Parte III:** Sketch di dimostrazione che il gruppo delle componenti connesse del gruppo degli automorfismi di una superficie K3 e' finitamente generato. Esempio di una varieta' liscia e proiettiva di dimensione 6 con un gruppo delle componenti connesse del gruppo degli automorfismi non finitamente generato.